Istituto Superiore "XXV aprile" Pontedera - Prof. Francesco Daddi

Verifica di Matematica

5^aE Liceo Scientifico - 17/10/2013

Nome e cognome _____

Punteggio di partenza: 2,0/10. Gli esercizi 1, 2, 3, 4, 5 sono **obbligatori**; lo studente deve scegliere **tre** esercizi tra i rimanenti.
Ogni esercizio vale 1/10.

Esercizio 1. Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} e^{\frac{1}{x+1}} & \text{se } x < -1 \\ 0 & \text{se } x = -1 \\ \dfrac{x^2 - x - 2}{1 - x^2} & \text{se } x > -1\,. \end{cases}$$

Dire se la funzione è continua in $x = -1$; in caso negativo individuare il tipo di discontinuità e stabilire se f è continua a destra o a sinistra.

Esercizio 2. Calcolare, in base alla definizione, la derivata della funzione $f(x) = \sqrt{x^2 + 2\,x}$ nel suo punto di ascissa 1.

Esercizio 3. Calcola la derivata delle funzioni $f(x) = \dfrac{\ln(x^2 - 1)}{x^2 + 1}$ e $g(x) = -2\,x\,e^{\sin(4\,x^2 + 2\,x)}$.

Esercizio 4. Si consideri la curva $y = \dfrac{2 - 3\,x}{2\,x + 1}$.
a) Determinare le due rette tangenti al grafico parallele alla retta di equazione $2\,x + 14\,y - 5 = 0$; qual è la distanza tra le tangenti trovate?
b) Determinare le equazioni delle rette tangenti condotte dal punto $P(1, -5)$ alla curva e si scriva l'ampiezza in gradi e primi sessagesimali dell'angolo acuto da esse formato.

Esercizio 5. Determinare la parabola γ passante per $P(1, 0)$ e tangente nel suo punto di intersezione con l'asse delle ordinate alla retta $y = -12\,x + \dfrac{15}{2}$.
Si consideri la curva $y = \dfrac{a\,x^3 + b\,x^2 + c\,x + d}{x^2 + e\,x + f}$.
Determinare il valore dei parametri in modo che la curva sia tangente alla parabola γ nel punto $P(1, 0)$ ed abbia come asintoti le rette $y = 2\,x + 1$, $x = 2$ e $x = -1$.
Quali sono le ulteriori intersezioni della curva con la parabola γ?

Esercizio 6. Determinare le equazioni delle eventuali rette tangenti ad entrambe le curve $y = \ln x$ e $y = 2\,\ln x$.

Esercizio 7. Determinare le derivate delle funzioni

$$f(x) = \frac{\cos x}{\sin x} \quad \text{e} \quad g(x) = \frac{2\,x - \sin(2\,x)}{4}\,.$$

Si verifichi che le due curve hanno, in punti di uguale ascissa, rette tangenti tra loro perpendicolari.

Esercizio 8. Si consideri la curva $y = e^{\frac{x}{2} + 1}$ e sia P un suo punto. La retta tangente in P al grafico e la retta passante per P e parallela all'asse y intersecano l'asse x rispettivamente nei punti A e B.
a) Si dimostri che, qualsiasi sia P, il segmento AB ha lunghezza costante.
b) Si trovi il punto P per cui la lunghezza del segmento AP sia uguale a $\sqrt{5}$.

Esercizio 9. Assegnata la curva $y = a\,x^3 + b\,x^2 + c\,x + d$, determinare il valore dei parametri in modo che passi per $Q(0, 2)$, abbia nel punto di ascissa 3 tangente parallela all'asse delle ascisse e risulti tangente alla circonferenza $x^2 + y^2 - 10\,x - 4\,y + 12 = 0$ nel punto $P(1, 1)$.

Esercizio 10. Determinare l'equazione della retta tangente alla curva $y = (x - 2)^{\cos(x - \pi)}$ nel suo punto di ascissa $x = \pi$. Si verifichi che la stessa retta è tangente alla curva anche nei punti di ascissa $x = (2\,k + 3)\,\pi$ dove k è intero e ≥ 0.

Punteggio esercizi:
(la seguente tabella deve essere riempita dal docente)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Voto