Istituto Superiore "XXV aprile" Pontedera - Prof. Francesco Daddi

Verifica di Matematica

4^aC Liceo Scientifico - 18/11/2013

Nome e cognome _____

Punteggio di partenza: 0,0/10. Lo studente deve scegliere **un solo** esercizio tra il n.8 ed il n.9.

Esercizio 1. (0,5/10 p.) Si dimostri che $\cos(4\,x) = 8\,\cos^4 x - 8\,\cos^2 x + 1$.

Esercizio 2. (1,5/10 p.) Si consideri la funzione $f(x) = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$; si individuino i suoi punti di massimo e minimo sull'intervallo $0 \le x \le 2\,\pi$.

Esercizio 3. (2,0/10 p.) Si scriva la funzione $f(x) = 12 + \sqrt{3}\,\sin^2(x) - \sin(x)\cos(x)$ utilizzando $\sin(2\,x)$ e $\cos(2\,x)$. Si determini poi il punto di massimo ed il punto di minimo della funzione sull'intervallo $0 \le x \le \pi$.
E se invece si considera l'intervallo $1000\,\pi \le x \le 1001\,\pi$?

Esercizio 4. (1,5/10 p.) Quanti triangoli esistono con $a = 6\,\sqrt{3}$, $b = 6\,\sqrt{2}$, $\alpha = \frac{\pi}{3}$?
Si determinino c, β e γ nei casi possibili.

Esercizio 5. (1,0/10 p.) Si calcoli l'area e il perimetro del dodecagono regolare inscritto in una circonferenza di raggio r.

Esercizio 6. (1,0/10 p.) Sia $ABCD$ un quadrato di lato $2\,r$. Si tracci la circonferenza di diametro AB e si consideri un punto P appartenente alla semicirconferenza interna al quadrato, ponendo $x = P\widehat{A}B$. Sia P' il simmetrico di P rispetto ad AB. Si scriva la funzione $f(x) = \overline{DP'}^2 - \overline{PA}^2$ e si determini per quale valore di x assume valore massimo.

Esercizio 7. (1,0/10 p.) È assegnata una semicirconferenza di diametro $\overline{AB} = 2\,r$. Si determini su di essa un punto P tale che, detta H la proiezione ortogonale di P sul diametro AB, risulti massima la somma $\overline{PH} + \overline{BH}$.

Esercizio 8. (1,5/10 p.) In una circonferenza di raggio r si consideri la corda AB che dista $\frac{r}{2}$ dal centro. Si prenda sul maggiore degli archi $\widehat{AB}$ un punto C, si prolunghi AC di un segmento CD tale che $\overline{CD} = \overline{AC}$ e si determini per quale posizione di C è massima l'area del triangolo CDB.

Esercizio 9. (1,5/10 p.) Nel triangolo ABC, rettangolo in A, risulta:

$$\overline{AB} = a \quad , \quad \sin A\widehat{B}C = \frac{4}{5}\,,$$

dove a è una lunghezza nota. Indicato con D un punto della semicirconferenza di diametro BC non contenente A, esprimere l'area S del triangolo ABD in funzione dell'ampiezza x dell'angolo $B\widehat{A}D$.

Punteggio esercizi:

(la seguente tabella deve essere riempita dal docente)

1	2	3	4	5	6	7	8/9	Voto