

**Esercizi sui sistemi di secondo grado**  
**Francesco Daddi - 3 settembre 2010**

$$1) \begin{cases} x^2 + 2y^2 = 3 \\ x + y = 2 \end{cases} \text{ sol } \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases} ; \begin{cases} x = \frac{5}{3} \\ y = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 3x^2 - 4y^2 - x = 0 \\ x - 2y = 1 \end{cases} \text{ sol } \begin{cases} x = -1 \\ y = -1 \end{cases} ; \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = -\frac{1}{4} \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 4x^2 + 2y^2 - 6 = 0 \\ x = y \end{cases} \text{ sol } \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases} ; \begin{cases} x = -1 \\ y = -1 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} 2x^2 - 6xy = x \\ 3x + 5y = -2 \end{cases} \text{ sol } \begin{cases} x = 0 \\ y = -\frac{2}{5} \end{cases} ; \begin{cases} x = -\frac{1}{4} \\ y = -\frac{1}{4} \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} 5x^2 - y^2 + 4y - 2x + 2 = 0 \\ x - y = 1 \end{cases} \text{ sol } \begin{cases} x = -\frac{3}{2} \\ y = -\frac{5}{2} \end{cases} ; \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} xy - x^2 + 2y^2 = y - 2x \\ x + y = 0 \end{cases} \text{ sol } \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$$

$$7) \begin{cases} 3x - y = 2 \\ x^2 + 2xy + y^2 = 0 \end{cases} \text{ sol } \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$8) \begin{cases} x - 2y = 1 \\ x^2 + y^2 - 2x = 1 \end{cases} \text{ sol } ; \begin{cases} x = 1 + \frac{2\sqrt{10}}{5} \\ y = \frac{\sqrt{10}}{5} \end{cases} \quad \begin{cases} x = 1 - \frac{2\sqrt{10}}{5} \\ y = -\frac{\sqrt{10}}{5} \end{cases}$$

$$9) \begin{cases} x + y = 0 \\ x^2 + y^2 - x - 10 = 0 \end{cases} \text{ sol } \begin{cases} x = -2 \\ y = 2 \end{cases} ; \begin{cases} x = \frac{5}{2} \\ y = -\frac{5}{2} \end{cases}$$

$$10) \begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x + 3y = 10 \end{cases} \text{ sol impossibile}$$

## Esercizi sui sistemi simmetrici fondamentali

- 1)  $\begin{cases} x+y=4 \\ xy=3 \end{cases}$  sol  $\begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$  ;  $\begin{cases} x=1 \\ y=3 \end{cases}$
- 2)  $\begin{cases} x+y=1 \\ xy=7 \end{cases}$  sol impossibile
- 3)  $\begin{cases} x+y=5 \\ xy=6 \end{cases}$  sol  $\begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases}$  ;  $\begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}$
- 4)  $\begin{cases} x+y=-5 \\ xy=-6 \end{cases}$  sol  $\begin{cases} x=1 \\ y=-6 \end{cases}$  ;  $\begin{cases} x=-6 \\ y=1 \end{cases}$
- 5)  $\begin{cases} x+y=3 \\ xy=-4 \end{cases}$  sol  $\begin{cases} x=4 \\ y=-1 \end{cases}$  ;  $\begin{cases} x=-1 \\ y=4 \end{cases}$
- 6)  $\begin{cases} x+y=3 \\ xy=2 \end{cases}$  sol  $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$  ;  $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$
- 7)  $\begin{cases} x+y=-4 \\ xy=4 \end{cases}$  sol  $\begin{cases} x=-2 \\ y=-2 \end{cases}$
- 8)  $\begin{cases} x+y=6 \\ xy=9 \end{cases}$  sol  $\begin{cases} x=3 \\ y=3 \end{cases}$
- 9)  $\begin{cases} x+y=2 \\ xy=-10 \end{cases}$  sol  $\begin{cases} x=1+\sqrt{11} \\ y=1-\sqrt{11} \end{cases}$  ;  $\begin{cases} x=1-\sqrt{11} \\ y=1+\sqrt{11} \end{cases}$
- 10)  $\begin{cases} x+y=2 \\ xy=10 \end{cases}$  sol impossibile
- 11)  $\begin{cases} x+y=7 \\ xy=12 \end{cases}$  sol  $\begin{cases} x=4 \\ y=3 \end{cases}$  ;  $\begin{cases} x=3 \\ y=4 \end{cases}$
- 12)  $\begin{cases} x+y=\frac{5}{2} \\ xy=-\frac{7}{2} \end{cases}$  sol  $\begin{cases} x=\frac{7}{2} \\ y=-1 \end{cases}$  ;  $\begin{cases} x=-1 \\ y=\frac{7}{2} \end{cases}$
- 13)  $\begin{cases} x+y=2 \\ xy=-\frac{1}{3} \end{cases}$  sol  $\begin{cases} x=1+\frac{2\sqrt{3}}{3} \\ y=1-\frac{2\sqrt{3}}{3} \end{cases}$  ;  $\begin{cases} x=1-\frac{2\sqrt{3}}{3} \\ y=1+\frac{2\sqrt{3}}{3} \end{cases}$
- 14)  $\begin{cases} x+y=4 \\ xy=-50 \end{cases}$  sol  $\begin{cases} x=2+3\sqrt{6} \\ y=2-3\sqrt{6} \end{cases}$  ;  $\begin{cases} x=2-3\sqrt{6} \\ y=2+3\sqrt{6} \end{cases}$

## Esercizi sui sistemi simmetrici con grado superiore a 2

Francesco Daddi - 3 settembre 2010

[www.webalice.it/francesco.daddi](http://www.webalice.it/francesco.daddi)

- 1)  $\begin{cases} x^3+y^3=9 \\ x+y=3 \end{cases}$  sol  $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$  ;  $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$
- 2)  $\begin{cases} x^3+y^3=-342 \\ x+y=-6 \end{cases}$  sol  $\begin{cases} x=1 \\ y=-7 \end{cases}$  ;  $\begin{cases} x=-7 \\ y=1 \end{cases}$
- 3)  $\begin{cases} x^3+y^3=35 \\ x+y=5 \end{cases}$  sol  $\begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases}$  ;  $\begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}$
- 4)  $\begin{cases} x^4+y^4=2 \\ x+y=0 \end{cases}$  sol  $\begin{cases} x=1 \\ y=-1 \end{cases}$  ;  $\begin{cases} x=-1 \\ y=1 \end{cases}$
- 5)  $\begin{cases} x^4+y^4=17 \\ x+y=-3 \end{cases}$  sol  $\begin{cases} x=-1 \\ y=-2 \end{cases}$  ;  $\begin{cases} x=-2 \\ y=-1 \end{cases}$
- 6)  $\begin{cases} x^5+y^5=2 \\ x+y=0 \end{cases}$  sol impossibile
- 7)  $\begin{cases} x^3+y^3=-35 \\ xy=6 \end{cases}$  sol  $\begin{cases} x=-2 \\ y=-3 \end{cases}$  ;  $\begin{cases} x=-3 \\ y=-2 \end{cases}$
- 8)  $\begin{cases} x^3+y^3=\frac{511}{8} \\ xy=-2 \end{cases}$  sol  $\begin{cases} x=4 \\ y=-\frac{1}{2} \end{cases}$  ;  $\begin{cases} x=-\frac{1}{2} \\ y=4 \end{cases}$
- 9)  $\begin{cases} x^4+y^4=17 \\ xy=-2 \end{cases}$  sol  $\begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases}$  ;  $\begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}$  ;  $\begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}$  ;  $\begin{cases} x=-2 \\ y=1 \end{cases}$
- 10)  $\begin{cases} x^5+y^5=64 \\ x+y=4 \end{cases}$  sol  $\begin{cases} x=2 \\ y=2 \end{cases}$
- 11)  $\begin{cases} x^4+y^4=337 \\ xy=12 \end{cases}$  sol  $\begin{cases} x=3 \\ y=4 \end{cases}$  ;  $\begin{cases} x=4 \\ y=3 \end{cases}$  ;  $\begin{cases} x=-3 \\ y=-4 \end{cases}$  ;  $\begin{cases} x=-4 \\ y=-3 \end{cases}$

# Francesco Daddi - 4 settembre 2010

## Esercizi sui sistemi simmetrici

[www.webalice.it/francesco.daddi](http://www.webalice.it/francesco.daddi)

$$1) \begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ xy = 2 \end{cases} \text{ sol } \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases} ; \begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases} ; \begin{cases} x=-2 \\ y=-1 \end{cases} ; \begin{cases} x=-1 \\ y=-2 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x + y = 1 \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases} \text{ sol } \begin{cases} x=1 \\ y=0 \end{cases} ; \begin{cases} x=0 \\ y=1 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x + y = 2 \\ x^2 + y^2 = 2 \end{cases} \text{ sol } \begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x + y = 2 \\ x^2 + y^2 + x + y = 1 \end{cases} \text{ sol impossibile}$$

$$5) \begin{cases} x + y = 3 \\ x^2 + y^2 - 4x - 4y = 5 \end{cases} \text{ sol } \begin{cases} x=4 \\ y=-1 \end{cases} ; \begin{cases} x=-1 \\ y=4 \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} xy = 1 \\ x^2 + y^2 + 3xy = 5 \end{cases} \text{ sol } \begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases} ; \begin{cases} x=-1 \\ y=-1 \end{cases}$$

$$7) \begin{cases} xy = 12 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases} \text{ sol } \begin{cases} x=3 \\ y=4 \end{cases} ; \begin{cases} x=4 \\ y=3 \end{cases} ; \begin{cases} x=-3 \\ y=-4 \end{cases} ; \begin{cases} x=-4 \\ y=-3 \end{cases}$$

$$8) \begin{cases} 2x + 2y = -2 \\ 4x^2 + 4y^2 = 52 \end{cases} \text{ sol } \begin{cases} x=2 \\ y=-3 \end{cases} ; \begin{cases} x=-3 \\ y=2 \end{cases}$$

$$9) \begin{cases} \frac{x+y}{2} = \frac{3}{4} \\ 3x^2 + 3y^2 = \frac{15}{4} \end{cases} \text{ sol } \begin{cases} x=1 \\ y=\frac{1}{2} \end{cases} ; \begin{cases} x=\frac{1}{2} \\ y=1 \end{cases}$$

$$10) \begin{cases} x+y=2 \\ x^2+y^2-3xy=4 \end{cases} \text{ sol } \begin{cases} x=0 \\ y=2 \end{cases} ; \begin{cases} x=2 \\ y=0 \end{cases}$$

$$11) \begin{cases} x+y=-7 \\ x^2+y^2-6xy-3x-3y=44 \end{cases} \text{ sol } \begin{cases} x=-\frac{1}{2} \\ y=-\frac{13}{2} \end{cases} ; \begin{cases} x=-\frac{13}{2} \\ y=-\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$12) \begin{cases} x^2+y^2=-1 \\ x+y=6 \end{cases} \text{ sol impossibile}$$

$$13) \begin{cases} x^2+y^2=5 \\ xy=3 \end{cases} \text{ sol impossibile}$$

$$14) \begin{cases} x^2+y^2=18 \\ x+y=6 \end{cases} \text{ sol } \begin{cases} x=3 \\ y=3 \end{cases}$$

$$15) \begin{cases} x^2+y^2=8 \\ x+y=3 \end{cases} \text{ sol } \begin{cases} x=\frac{3+\sqrt{7}}{2} \\ y=\frac{3-\sqrt{7}}{2} \end{cases} ; \begin{cases} x=\frac{3-\sqrt{7}}{2} \\ y=\frac{3+\sqrt{7}}{2} \end{cases}$$

$$16) \begin{cases} x^2+y^2=8 \\ xy=-3 \end{cases} \text{ sol } \begin{cases} x=\frac{\sqrt{14}+\sqrt{2}}{2} \\ y=\frac{\sqrt{2}-\sqrt{14}}{2} \end{cases} ; \begin{cases} x=\frac{\sqrt{14}-\sqrt{2}}{2} \\ y=-\frac{\sqrt{2}+\sqrt{14}}{2} \end{cases} ; \begin{cases} x=\frac{\sqrt{2}-\sqrt{14}}{2} \\ y=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{14}}{2} \end{cases} ;$$

$$\begin{cases} x=-\frac{\sqrt{2}+\sqrt{14}}{2} \\ y=\frac{\sqrt{14}-\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

$$17) \begin{cases} x^2+y^2-4xy-6x-6y=1 \\ x+y=1 \end{cases} \text{ sol } \begin{cases} x=\frac{1+\sqrt{5}}{2} \\ y=\frac{1-\sqrt{5}}{2} \end{cases} ; \begin{cases} x=\frac{1-\sqrt{5}}{2} \\ y=\frac{1+\sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

$$18) \begin{cases} x^2+y^2-6xy+3x+3y=2 \\ xy=2 \end{cases} \text{ sol } \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases} ; \begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases} ; \begin{cases} x=-3+\sqrt{7} \\ y=-3-\sqrt{7} \end{cases} ; \begin{cases} x=-3-\sqrt{7} \\ y=-3+\sqrt{7} \end{cases}$$